

## 规律探索

### 一、选择题

1. (2018·重庆(A)·4分) 把三角形按如图所示的规律拼图案, 其中第①个图案中有 4 个三角形, 第②个图案中有 6 个三角形, 第③个图案中有 8 个三角形,  $\dots$ , 按此规律排列下去, 则第⑦个图案中三角形的个数为

A. 12

B. 14

C. 16

D. 18

【考点】图形的变化规律

【解析】

$\because$  第 1 个图案中的三角形个数为:  $2+2=2\times 2=4$ ;

第 2 个图案中的三角形个数为:  $2+2+2=2\times 3=6$ ;

第 3 个图案中的三角形个数为:  $2+2+2+2=2\times 4=8$ ;

$\dots\dots$

$\therefore$  第 7 个图案中的三角形个数为:  $2+2+2+2+2+2+2=2\times 8=16$ ;

【点评】此题考查图形的变化规律, 找出图形之间的联系, 得出数字之间的运算规律, 从而计算出正确结果。比较简单。

2 (2018·台湾·分) 若小舒从 1~50 的整数中挑选 4 个数, 使其由小到大排序后形成一等差数列, 且 4 个数中最小的是 7, 则下列哪一个数不可能出现在小舒挑选的数之中? ( )

A. 20    B. 25    C. 30    D. 35

【分析】A、找出 7, 20、33、46 为等差数列, 进而可得出 20 可以出现, 选项 A 不符合题意;

B、找出 7、16、25、34 为等差数列, 进而可得出 25 可以出现, 选项 B 不符合题意;

C、由  $30-7=23$ , 23 为质数,  $30+23>50$ , 进而可得出 30 不可能出现, 选项 C 符合题意;

D、找出 7、21、35、49 为等差数列, 进而可得出 35 可以出现, 选项 D 不符合题意.

【解答】解: A、 $\because$  7, 20、33、46 为等差数列,

$\therefore$  20 可以出现, 选项 A 不符合题意;

B、 $\because$  7、16、25、34 为等差数列,

$\therefore$  25 可以出现, 选项 B 不符合题意;

C、 $\because$   $30-7=23$ , 23 为质数,  $30+23>50$ ,

$\therefore$  30 不可能出现, 选项 C 符合题意;

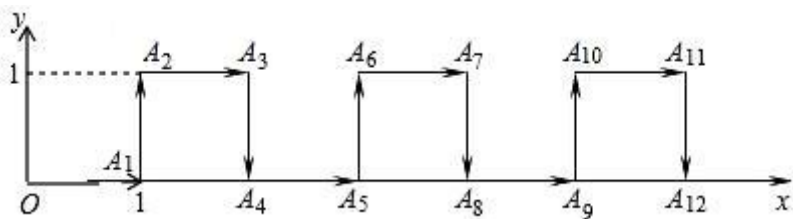
D、 $\because$  7、21、35、49 为等差数列,

$\therefore$  35 可以出现, 选项 D 不符合题意.

故选: C.

【点评】 本题考查了规律型中数字的变化类，根据等差数列的定义结合四个选项中的数字，找出符合题意得等差数列是解题的关键.

3 (2018 • 广东广州 • 3 分) 在平面直角坐标系中，一个智能机器人接到如下指令，从原点  $O$  出发，按向右，向上，向右，向下的方向依次不断移动，每次移动  $1m$ ，其行走路线如图所示，第 1 次移动到  $A_1$ ，第 2 次移动到  $A_2$  ……，第  $n$  次移动到  $A_n$ ，则  $\triangle OA_2A_{2018}$  的面积是 ( )



- A.  $504 m^2$  B.  $\frac{1009}{2} m^2$  C.  $\frac{1011}{2} m^2$  D.  $1009 m^2$

【答案】 A

【考点】 探索图形规律

【解析】 【解答】 解：依题可得：

$A_2 (1, 1)$ ， $A_4 (2, 0)$ ， $A_6 (3, 1)$ ， $A_8 (4, 0)$  ……

$\therefore A_{4n} (2n, 0)$ ，

$\therefore A_{2016} = A_{4 \times 504} (1008, 0)$ ，

$\therefore A_{2018} (1009, 1)$ ，

$\therefore A_2 A_{2018} = 1009 - 1 = 1008$ ，

$\therefore S_{\triangle OA_2A_{2018}} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1008 = 504 (m^2)$  .

故答案为： A.

【分析】 根据图中规律可得  $A_{4n} (2n, 0)$ ，即  $A_{2016} = A_{4 \times 504} (1008, 0)$ ，从而得  $A_{2018} (1009, 1)$ ，再根据坐标性质可得  $A_2 A_{2018} = 1008$ ，由三角形面积公式即可得出答案.

4 (2018 四川省绵阳市) 将全体正奇数排成一个三角形数阵

1  
3 5  
7 9 11  
13 15 17 19  
21 23 25 27 29  
... ..

根据以上排列规律，数阵中第 25 行的第 20 个数是 ( )

- A. 639  
B. 637

- C. 635
- D. 633

【答案】A

【考点】探索数与式的规律

【解析】【解答】解：依题可得：第 25 行的第一个数为：

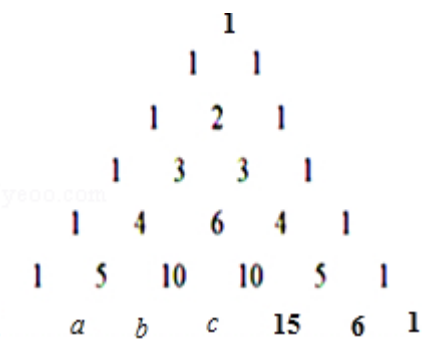
$$1+2+4+6+8+\cdots+2\times 24=1+2\times \frac{(1+24)\times 24}{2}=601,$$

∴第 25 行的第 20 个数为：601+2×19=639.

故答案为：A.

【分析】根据规律可得第 25 行的第一个数为，再由规律得第 25 行的第 20 个数.

5. (2018 年湖北省宜昌市 3 分) 1261 年，我国南宋数学家杨辉用图中的三角形解释二项和的乘方规律，比欧洲的相同发现要早三百多年，我们把这个三角形称为“杨辉三角”，请观察图中的数字排列规律，则 a，b，c 的值分别为（ ）



- A. a=1, b=6, c=15
- B. a=6, b=15, c=20
- C. a=15, b=20, c=15
- D. a=20, b=15, c=6

【分析】根据图形中数字规模：每个数字等于上一行的左右两个数字之和，可得 a、b、c 的值.

【解答】解：根据图形得：每个数字等于上一行的左右两个数字之和，

$$\therefore a=1+5=6, b=5+10=15, c=10+10=20,$$

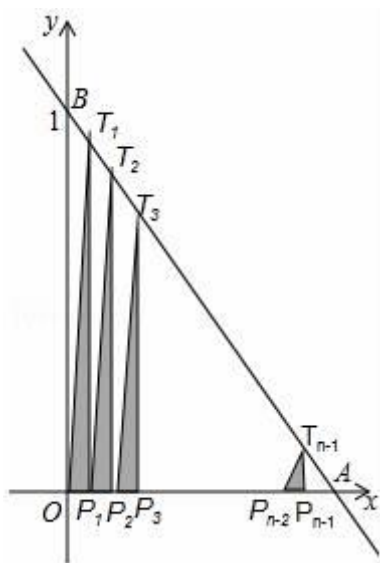
故选：B.

【点评】本题是一道找规律的题目，这类题型在中考中经常出现. 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的.

## 二. 填空题

1 (2018 年四川省内江市) 如图，直线  $y = -x+1$  与两坐标轴分别交于 A，B 两点，将线段 OA 分成 n 等份，分

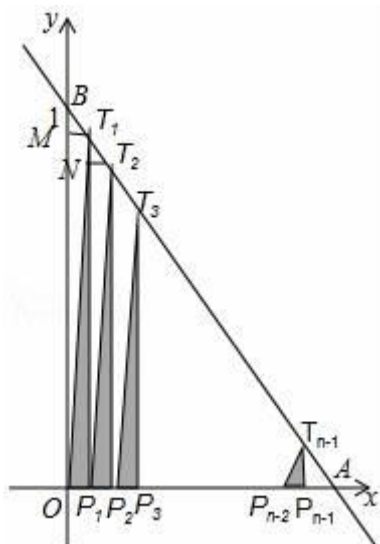
点分别为  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ ，过每个分点作  $x$  轴的垂线分别交直线  $AB$  于点  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_{n-1}$ ，用  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{n-1}$  分别表示  $Rt\triangle T_1OP_1, Rt\triangle T_2P_1P_2, \dots, Rt\triangle T_{n-1}P_{n-2}P_{n-1}$  的面积，则  $S_1+S_2+S_3+\dots+S_{n-1}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4n}$ 。



【考点】F8：一次函数图象上点的坐标特征；D2：规律型：点的坐标。

【分析】如图，作  $T_1M \perp OB$  于  $M$ ， $T_2N \perp P_1T_1$ 。由题意可知： $\triangle BT_1M \cong \triangle T_1T_2N \cong \triangle T_{n-1}A$ ，四边形  $OMT_1P_1$  是矩形，四边形  $P_1NT_2P_2$  是矩形，推出  $S_{\triangle BT_1M} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{2n^2}$ ， $S_1 = \frac{1}{2} S_{\text{矩形} OMT_1P_1}$ ， $S_2 = \frac{1}{2} S_{\text{矩形} P_1NT_2P_2}$ ，可得  $S_1+S_2+S_3+\dots+S_{n-1} = \frac{1}{2} (S_{\triangle AOB} - n \cdot S_{\triangle MBT_1})$ 。

【解答】解：如图，作  $T_1M \perp OB$  于  $M$ ， $T_2N \perp P_1T_1$ 。



由题意可知： $\triangle BT_1M \cong \triangle T_1T_2N \cong \triangle T_{n-1}A$ ，四边形  $OMT_1P_1$  是矩形，四边形  $P_1NT_2P_2$  是矩形，

$$\therefore S_{\triangle BT_1M} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{2n^2}, S_1 = \frac{1}{2} S_{\text{矩形} OMT_1P_1}, S_2 = \frac{1}{2} S_{\text{矩形} P_1NT_2P_2},$$

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_{n-1} = \frac{1}{2} (S_{\triangle AOB} - n \cdot S_{\triangle NB_1T_1}) = \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{2} - n \times \frac{1}{2n^2} \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4n}.$$

故答案为  $\frac{1}{4} - \frac{1}{4n}$ .

【点评】本题考查一次函数的应用，规律型 - 点的坐标、三角形的面积、矩形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会用分割法求阴影部分面积

2 (2018•广西桂林•3 分) 将从 1 开始的连续自然数按右图规律排列：

规定位于第  $m$  行，第  $n$  列的自然数 10 记为 (3, 2)，自然数 15 记为 (4, 2)……按此规律，自然数 2018 记为\_\_\_\_\_

| 列<br>行  | 第 1 列 | 第 2 列 | 第 3 列 | 第 4 列 |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| 第 1 行   | 1     | 2     | 3     | 4     |
| 第 2 行   | 8     | 7     | 6     | 5     |
| 第 3 行   | 9     | 10    | 11    | 12    |
| 第 4 行   | 16    | 15    | 14    | 13    |
| ...     | ...   | ...   | ...   | ...   |
| 第 $n$ 行 | ...   | ...   | ...   | ...   |

【答案】(505, 2)

【解析】分析：由表格数据排列可知，4 个数一组，奇数行从左向右数字逐渐增大，偶数行从右向左数字逐渐增大，用 2018 除以 4，商确定所在的行数，余数确定所在行的序数，然后解答即可。

详解：2018 ÷ 4 = 504……2.

∴ 2018 在第 505 行，第 2 列，

∴ 自然数 2018 记为 (505, 2) .

故答案为：(505, 2) .

点睛：本题是对数字变化规律的考查，观察出实际有 4 列，但每行数字的排列顺序是解题的关键，还要注意奇数行与偶数行的排列顺序正好相反.

3 (2018•河北•6 分) 如图 10-1，作  $\angle BPC$  平分线的反向延长线  $PA$ ，现要分别以  $\angle APB$ ， $\angle APC$ ， $\angle BPC$  为内角作正多边形，且边长均为 1，将作出的三个正多边形填充不同花纹后成为一个图案.

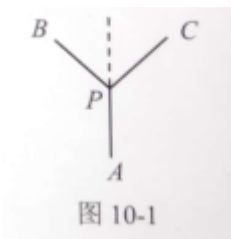


图 10-1

例如，若以  $\angle BPC$  为内角，可作出一个边长为 1 的正方形，此时  $\angle BPC = 90^\circ$ ，而  $\frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$  是  $360^\circ$ （多边形外角和）的  $\frac{1}{8}$ ，这样就恰好可作出两个边长均为 1 的正八边形，填充花纹后得到一个符合要求的图案，

如图 10-2 所示.

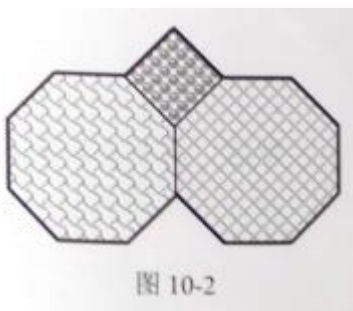


图 10-2

图 10-2 中的图案外轮廓周长是\_\_\_\_\_；在所有符合要求的图案中选一个外轮廓周长最大的定为会标，则会标的外轮廓周长是\_\_\_\_\_.

答案：14 ， 21

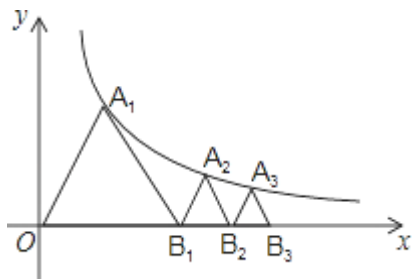
解析：当  $\angle BPC = 120^\circ$  时，上方图像为正六边形，左方图像为正六边形，右边图像为正六边形，此时周长为  $6 + 6 + 6 = 6 \times 6 = 12$

当  $\angle BPC = 90^\circ$  时，如图 10-1，此时周长为  $8 + 8 + 4 = 6 \times 14$

当  $\angle BPC = 60^\circ$  时，上方图像为等边三角形，左方图像为正十二边形，右边图像为正十二边形，此时周长为  $12 + 12 + 3 = 6 \times 21$

当  $\angle BPC < 60^\circ$  时，上方图像构不成正多边形，所以周长最大为 21

4 (2018 · 广东 · 3 分) 如图，已知等边  $\triangle OA_1B_1$ ，顶点  $A_1$  在双曲线  $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$  ( $x > 0$ ) 上，点  $B_1$  的坐标为 (2, 0). 过  $B_1$  作  $B_1A_2 \parallel OA_1$  交双曲线于点  $A_2$ ，过  $A_2$  作  $A_2B_2 \parallel A_1B_1$  交  $x$  轴于点  $B_2$ ，得到第二个等边  $\triangle B_1A_2B_2$ ；过  $B_2$  作  $B_2A_3 \parallel B_1A_2$  交双曲线于点  $A_3$ ，过  $A_3$  作  $A_3B_3 \parallel A_2B_2$  交  $x$  轴于点  $B_3$ ，得到第三个等边  $\triangle B_2A_3B_3$ ；以此类推， $\dots$ ，则点  $B_6$  的坐标为  $(2\sqrt{6}, 0)$  .



**【分析】** 根据等边三角形的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征分别求出  $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$  的坐标，得出规律，进而求出点  $B_6$  的坐标.

**【解答】** 解：如图，作  $A_2C \perp x$  轴于点  $C$ ，设  $B_1C = a$ ，则  $A_2C = \sqrt{3}a$ ，

$$OC=OB_1+B_1C=2+a, A_2(2+a, \sqrt{3}a).$$

∵点  $A_2$  在双曲线  $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$  ( $x>0$ ) 上,

$$\therefore (2+a) \cdot \sqrt{3}a = \sqrt{3},$$

解得  $a=\sqrt{2}-1$ , 或  $a=-\sqrt{2}-1$  (舍去),

$$\therefore OB_2=OB_1+2B_1C=2+2\sqrt{2}-2=2\sqrt{2},$$

∴点  $B_2$  的坐标为  $(2\sqrt{2}, 0)$ ;

作  $A_3D \perp x$  轴于点  $D$ , 设  $B_2D=b$ , 则  $A_3D=\sqrt{3}b$ ,

$$OD=OB_2+B_2D=2\sqrt{2}+b, A_2(2\sqrt{2}+b, \sqrt{3}b).$$

∵点  $A_3$  在双曲线  $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$  ( $x>0$ ) 上,

$$\therefore (2\sqrt{2}+b) \cdot \sqrt{3}b = \sqrt{3},$$

解得  $b=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$ , 或  $b=-\sqrt{2}-\sqrt{3}$  (舍去),

$$\therefore OB_3=OB_2+2B_2D=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}=2\sqrt{3},$$

∴点  $B_3$  的坐标为  $(2\sqrt{3}, 0)$ ;

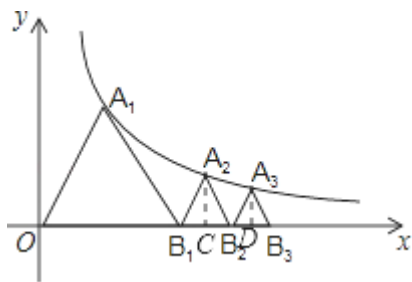
同理可得点  $B_4$  的坐标为  $(2\sqrt{4}, 0)$  即  $(4, 0)$ ;

...

∴点  $B_n$  的坐标为  $(2\sqrt{n}, 0)$ ,

∴点  $B_6$  的坐标为  $(2\sqrt{6}, 0)$ .

故答案为  $(2\sqrt{6}, 0)$ .



**【点评】** 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 等边三角形的性质, 正确求出  $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$  的坐标进而得出点  $B_n$  的规律是解题的关键.

5 (2018 · 浙江临安 · 3 分) 已知:  $2+\frac{2}{3}=2^2 \times \frac{2}{3}$ ,  $3+\frac{3}{8}=3^2 \times \frac{3}{8}$ ,  $4+\frac{4}{15}=4^2 \times \frac{4}{15}$ ,  $5+\frac{5}{24}=5^2 \times \frac{5}{24}$ , ..., 若  $10+\frac{b}{a}=10^2 \times \frac{b}{a}$  符合前面式子的规律, 则  $a+b=$  109.

**【考点】** 等式的变化规律

【分析】要求  $a+b$  的值，首先应该认真仔细地观察题目给出的 4 个等式，找到它们的规律，即  $\frac{b}{a}$  中， $b=n+1$ ，

$$a = (n+1)^2 - 1.$$

【解答】解：根据题中材料可知  $\frac{b}{a} = \frac{a}{a^2 - 1}$ ，

$$\therefore 10 + \frac{b}{a} = 10^2 \times \frac{b}{a},$$

$$\therefore b=10, a=99,$$

$$a+b=109.$$

【点评】解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出式子的规律.

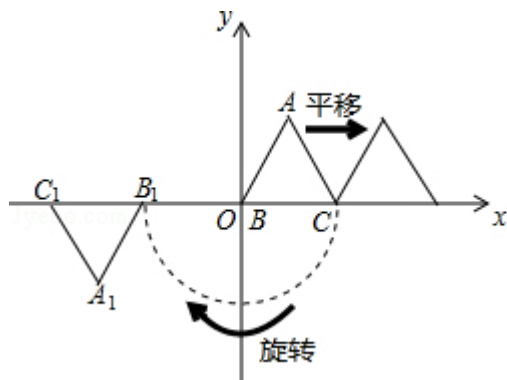
6 (2018 · 浙江衢州 · 4 分) 定义：在平面直角坐标系中，一个图形先向右平移  $a$  个单位，再绕原点按顺时针方向旋转  $\theta$  角度，这样的图形运动叫作图形的  $\gamma(a, \theta)$  变换.

如图，等边  $\triangle ABC$  的边长为 1，点  $A$  在第一象限，点  $B$  与原点  $O$  重合，点  $C$  在  $x$  轴的正半轴上.  $\triangle A_1B_1C_1$  就是  $\triangle ABC$  经  $\gamma(1, 180^\circ)$  变换后所得的图形.

若  $\triangle ABC$  经  $\gamma(1, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_1B_1C_1$ ， $\triangle A_1B_1C_1$  经  $\gamma(2, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_2B_2C_2$ ， $\triangle A_2B_2C_2$  经  $\gamma(3, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_3B_3C_3$ ，依此类推……

$\triangle A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$  经  $\gamma(n, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_nB_nC_n$ ，则点  $A_1$  的坐标是  $(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ，点  $A_{2018}$  的坐标

是  $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$



【考点】坐标的变化规律.

【分析】分析图形的  $\gamma(a, \theta)$  变换的定义可知：对图形  $\gamma(n, 180^\circ)$  变换，就是先进行向右平移  $n$  个单位变换，再进行关于原点作中心对称变换. 向右平移  $n$  个单位变换就是横坐标加  $n$ ，纵坐标不变，关于原点作中心对称变换就是横纵坐标都变为相反数. 写出几次变换后的坐标可以发现其中规律.

【解答】解：根据图形的  $\gamma(a, \theta)$  变换的定义可知：

对图形  $\gamma(n, 180^\circ)$  变换，就是先进行向右平移  $n$  个单位变换，再进行关于原点作中心对称变换.

$\triangle ABC$  经  $\gamma(1, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_1B_1C_1$ ， $A_1$  坐标  $(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

$\triangle A_1B_1C_1$  经  $\gamma(2, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_2B_2C_2$ ,  $A_2$  坐标  $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

$\triangle A_2B_2C_2$  经  $\gamma(3, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_3B_3C_3$ ,  $A_3$  坐标  $(-\frac{5}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

$\triangle A_3B_3C_3$  经  $\gamma(3, 180^\circ)$  变换后得  $\triangle A_4B_4C_4$ ,  $A_4$  坐标  $(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

依此类推……

可以发现规律:  $A_n$  横坐标存在周期性, 每 3 次变换为一个周期, 纵坐标为  $(-1)^n \frac{\sqrt{3}}{2}$

当  $n=2018$  时, 有  $2018 \div 3 = 672$  余 2

所以,  $A_{2018}$  横坐标是  $-\frac{1}{2}$ , 纵坐标为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

故答案为:  $(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ .

**【点评】** 本题是规律探究题, 又是材料阅读理解题, 关键是能正确理解图形的  $\gamma(a, \theta)$  变换的定义后运用, 关键是能发现连续变换后出现的规律, 该题难点在于点的横纵坐标各自存在不同的规律, 需要分别来研究.

7 (2018 · 四川自贡 · 4 分) 观察下列图中所示的一系列图形, 它们是按一定规律排列的, 依照此规律, 第 2018 个图形共有 6055 个  $\bigcirc$ .



**【分析】** 每个图形的最下面一排都是 1, 另外三面随着图形的增加, 每面的个数也增加, 据此可得出规律, 则可求得答案.

**【解答】** 解:

观察图形可知:

第 1 个图形共有:  $1+1 \times 3$ ,

第 2 个图形共有:  $1+2 \times 3$ ,

第 3 个图形共有:  $1+3 \times 3$ ,

…,

第  $n$  个图形共有:  $1+3n$ ,

$\therefore$  第 2018 个图形共有  $1+3 \times 2018 = 6055$ ,

故答案为: 6055.

**【点评】** 本题为规律型题目, 找出图形的变化规律是解题的关键, 注意观察图形的变化.

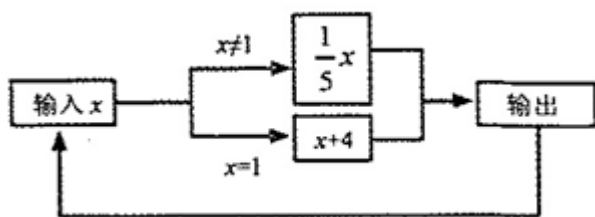
8 (2018•湖北荆门•3 分) 将数 1 个 1, 2 个  $\frac{1}{2}$ , 3 个  $\frac{1}{3}$ ,  $\dots$ ,  $n$  个  $\frac{1}{n}$  ( $n$  为正整数) 顺次排成一列: 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\dots$ ,  $\frac{1}{n}$ ,  $\frac{1}{n}$ ,  $\dots$ , 记  $a_1=1$ ,  $a_2=\frac{1}{2}$ ,  $a_3=\frac{1}{2}$ ,  $\dots$ ,  $S_1=a_1$ ,  $S_2=a_1+a_2$ ,  $S_3=a_1+a_2+a_3$ ,  $\dots$ ,  $S_n=a_1+a_2+\dots+a_n$ , 则  $S_{2018}=\underline{63\frac{1}{32}}$ .

【分析】由  $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$  结合  $\frac{63 \times 64}{2}+2=2018$ , 可得出前 2018 个数里面包含: 1 个 1, 2 个  $\frac{1}{2}$ , 3 个  $\frac{1}{3}$ ,  $\dots$ , 63 个  $\frac{1}{63}$ , 2 个  $\frac{1}{64}$ , 进而可得出  $S_{2018}=1 \times 1 + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + \dots + 63 \times \frac{1}{63} + 2 \times \frac{1}{64} = 63\frac{1}{32}$ , 此题得解.

【解答】解:  $\because 1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ,  $\frac{63 \times 64}{2}+2=2018$ ,  
 $\therefore$  前 2018 个数里面包含: 1 个 1, 2 个  $\frac{1}{2}$ , 3 个  $\frac{1}{3}$ ,  $\dots$ , 63 个  $\frac{1}{63}$ , 2 个  $\frac{1}{64}$ ,  
 $\therefore S_{2018}=1 \times 1 + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + \dots + 63 \times \frac{1}{63} + 2 \times \frac{1}{64} = 1 + 1 + \dots + 1 + \frac{1}{32} = 63\frac{1}{32}$ .  
 故答案为:  $63\frac{1}{32}$ .

【点评】本题考查了规律型中数字的变化类, 根据数列中数的排列规律找出“前 2018 个数里面包含: 1 个 1, 2 个  $\frac{1}{2}$ , 3 个  $\frac{1}{3}$ ,  $\dots$ , 63 个  $\frac{1}{63}$ , 2 个  $\frac{1}{64}$ ”是解题的关键.

9 (2018•甘肃白银, 定西, 武威•3 分) 如图是一个运算程序的示意图, 若开始输入  $x$  的值为 625, 则第 2018 次输出的结果为\_\_\_\_\_.



【答案】1

【解析】【分析】依次求出每次输出的结果, 根据结果得出规律, 即可得出答案.

【解答】当  $x=625$  时,  $\frac{1}{5}x=125$ ,

当  $x=125$  时,  $\frac{1}{5}x=25$ ,

当  $x=25$  时,  $\frac{1}{5}x=5$ ,

当  $x=5$  时,  $\frac{1}{5}x=1$ ,

当  $x=1$  时,  $x+4=5$ ,

当  $x=5$  时,  $\frac{1}{5}x=1$ ,

当  $x=1$  时,  $x+4=5$ ,

当  $x=5$  时,  $\frac{1}{5}x=1$ ,

...

$(2018-3) \div 2 = 1007 \cdots 1$ ,

即输出的结果是 1,

故答案为: 1.

【点评】考查代数式的求值, 找出其中的规律是解题的关键.

10. (2018•山东滨州•5 分) 观察下列各式:

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}=1+\frac{1}{1 \times 2},$$

$$\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}=1+\frac{1}{2 \times 3},$$

$$\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3 \times 4},$$

.....

请利用你所发现的规律,

计算  $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{10^2}}$ , 其结果为  $9\frac{9}{10}$ .

【分析】直接根据已知数据变化规律进而将原式变形求出答案.

【解答】解: 由题意可得:

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{10^2}}$$

$$=1+\frac{1}{1 \times 2}+1+\frac{1}{2 \times 3}+1+\frac{1}{3 \times 4}+\cdots+1+\frac{1}{9 \times 10}$$

$$=9+\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$$

$$=9+\frac{9}{10}$$

$$=9\frac{9}{10}.$$

故答案为:  $9\frac{9}{10}$ .

【点评】此题主要考查了数字变化规律，正确将原式变形是解题关键.

11. (2018·山东泰安·3分) 观察“田”字中各数之间的关系:

|   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |     |    |   |
|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|---|
| 1 | 2 | 3 | 6 | 5 | 12 | 7  | 22 | 9  | 40 | 11 | 74 | ... | 15 | c |
| 2 | 3 | 4 | 7 | 8 | 13 | 16 | 23 | 32 | 41 | 64 | 75 |     | a  | b |

则 c 的值为 270 或  $2^8+14$ .

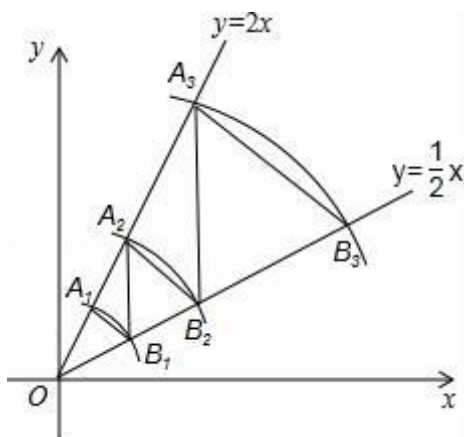
【分析】依次观察每个“田”中相同位置的数字，即可找到数字变化规律，再观察同一个“田”中各个位置的数字数量关系即可.

【解答】解：经过观察每个“田”左上角数字依此是 1, 3, 5, 7 等奇数，此位置数为 15 时，恰好是第 8 个奇数，即此“田”字为第 8 个. 观察每个“田”字左下角数据，可以发现，规律是 2, 22, 23, 24 等，则第 8 数为  $2^8$ . 观察左下和右上角，每个“田”字的右上角数字依次比左下角大 0, 2, 4, 6 等，到第 8 个图多 14. 则  $c=2^8+14=270$

故应填：270 或  $2^8+14$

【点评】本题以探究数字规律为背景，考查学生的数感. 解题时注意同等位置的数字变化规律，用代数式表示出来.

12. (2018·山东威海·3分) 如图，在平面直角坐标系中，点  $A_1$  的坐标为 (1, 2)，以点 O 为圆心，以  $OA_1$  长为半径画弧，交直线  $y=\frac{1}{2}x$  于点  $B_1$ . 过  $B_1$  点作  $B_1A_2 \parallel y$  轴，交直线  $y=2x$  于点  $A_2$ ，以 O 为圆心，以  $OA_2$  长为半径画弧，交直线  $y=\frac{1}{2}x$  于点  $B_2$ ；过点  $B_2$  作  $B_2A_3 \parallel y$  轴，交直线  $y=2x$  于点  $A_3$ ，以点 O 为圆心，以  $OA_3$  长为半径画弧，交直线  $y=\frac{1}{2}x$  于点  $B_3$ ；过  $B_3$  点作  $B_3A_4 \parallel y$  轴，交直线  $y=2x$  于点  $A_4$ ，以点 O 为圆心，以  $OA_4$  长为半径画弧，交直线  $y=\frac{1}{2}x$  于点  $B_4$ ，…按照如此规律进行下去，点  $B_{2018}$  的坐标为  $(2^{2018}, 2^{2017})$ .



【分析】根据题意可以求得点  $B_1$  的坐标，点  $A_2$  的坐标，点  $B_2$  的坐标，然后即可发现坐标变化的规律，从而可以求得点  $B_{2018}$  的坐标.

【解答】解：由题意可得，

点  $A_1$  的坐标为  $(1, 2)$ ,

设点  $B_1$  的坐标为  $(a, \frac{1}{2}a)$ ,

$$\sqrt{a^2 + (\frac{1}{2}a)^2} = \sqrt{1^2 + 2^2}, \text{ 解得, } a=2,$$

$\therefore$  点  $B_1$  的坐标为  $(2, 1)$ ,

同理可得, 点  $A_2$  的坐标为  $(2, 4)$ , 点  $B_2$  的坐标为  $(4, 2)$ ,

点  $A_3$  的坐标为  $(4, 8)$ , 点  $B_3$  的坐标为  $(8, 4)$ ,

.....

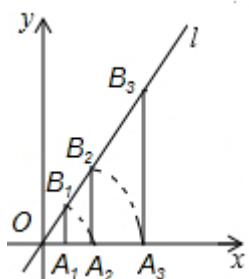
$\therefore$  点  $B_{2018}$  的坐标为  $(2^{2018}, 2^{2017})$ ,

故答案为:  $(2^{2018}, 2^{2017})$ .

【点评】本题考查一次函数图象上点的坐标特征、点的坐标, 解答本题的关键是明确题意, 发现题目中坐标的变化规律, 求出相应的点的坐标.

13. (2018·山东潍坊·3分) 如图, 点  $A_1$  的坐标为  $(2, 0)$ , 过点  $A_1$  作  $x$  轴的垂线交直线  $l: y=\sqrt{3}x$  于点  $B_1$ , 以原点  $O$  为圆心,  $OB_1$  的长为半径画弧交  $x$  轴正半轴于点  $A_2$ ; 再过点  $A_2$  作  $x$  轴的垂线交直线  $l$  于点  $B_2$ , 以原点  $O$  为圆心, 以  $OB_2$  的长为半径画弧交  $x$  轴正半轴于点  $A_3$ ;  $\cdots$ . 按此作法进行下去, 则  $\widehat{A_{2019}B_{2018}}$  的

长是  $\frac{2^{2019}\pi}{3}$ .



【分析】先根据一次函数方程式求出  $B_1$  点的坐标, 再根据  $B_1$  点的坐标求出  $A_2$  点的坐标, 得出  $B_2$  的坐标, 以此类推总结规律便可求出点  $A_{2019}$  的坐标, 再根据弧长公式计算即可求解.

【解答】解: 直线  $y=\sqrt{3}x$ , 点  $A_1$  坐标为  $(2, 0)$ , 过点  $A_1$  作  $x$  轴的垂线交 直线于点  $B_1$  可知  $B_1$  点的坐标为  $(2, 2\sqrt{3})$ ,

以原  $O$  为圆心,  $OB_1$  长为半径画弧  $x$  轴于点  $A_2$ ,  $OA_2=OB_1$ ,

$$OA_2=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4, \text{ 点 } A_2 \text{ 的坐标为 } (4, 0),$$

这种方法可求得  $B_2$  的坐标为  $(4, 4\sqrt{3})$ , 故点  $A_3$  的坐标为  $(8, 0)$ ,  $B_3(8, 8\sqrt{3})$

以此类推便可求出点  $A_{2019}$  的坐标为  $(2^{2019}, 0)$ ,

则  $\widehat{A_{2019}B_{2018}}$  的长是  $\frac{60 \times \pi \times 2^{2019}}{180} = \frac{2^{2019}\pi}{3}$ .

故答案为： $\frac{2^{2019} \pi}{3}$ .

【点评】 本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征，做题时要注意数形结合思想的运用，是各地的中考热点，学生在平常要多加训练，属于中档题.

14. （2018•山东枣庄•4 分）将从 1 开始的连续自然数按以下规律排列：

|       |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 第 1 行 |    |    |    |    | 1  |    |    |    |    |
| 第 2 行 |    |    |    | 2  | 3  | 4  |    |    |    |
| 第 3 行 |    |    | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  |    |    |
| 第 4 行 |    | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |    |
| 第 5 行 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 |

...

则 2018 在第 45 行.

【分析】 通过观察可得第 n 行最大一个数为  $n^2$ ，由此估算 2018 所在的行数，进一步推算得出答案即可.

【解答】 解：∵  $44^2=1936$ ， $45^2=2025$ ，

∴ 2018 在第 45 行.

故答案为：45.

【点评】 本题考查了数字的变化规律，解题的关键是通过观察，分析、归纳并发现其中的规律，并应用发现的规律解决问题.

15. （2018•山东淄博•4 分）将从 1 开始的自然数按以下规律排列，例如位于第 3 行、第 4 列的数是 12，则位于第 45 行、第 8 列的数是 2018 .

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 1    | 2    | 5    | 10   | .... |
| 4    | 3    | 6    | 11   | .... |
| 9    | 8    | 7    | 12   | .... |
| 16   | 15   | 14   | 13   | .... |
| .... | .... | .... | .... | .... |

【考点】 37： 规律型： 数字的变化类.

【分析】观察图表可知：第  $n$  行第一个数是  $n^2$ ，可得第 45 行第一个数是 2025，推出第 45 行、第 8 列的数是  $2025 - 7 = 2018$ ；

【解答】解：观察图表可知：第  $n$  行第一个数是  $n^2$ ，

∴ 第 45 行第一个数是 2025，

∴ 第 45 行、第 8 列的数是  $2025 - 7 = 2018$ ，

故答案为 2018.

【点评】本题考查规律型 - 数字问题，解题的关键是学会观察，探究规律，利用规律解决问题.

16 (2018•四川成都•3 分) 已知  $a > 0$ ,  $S_1 = \frac{1}{a}$ ,  $S_2 = -S_1 - 1$ ,  $S_3 = \frac{1}{S_2}$ ,  $S_4 = -S_3 - 1$ ,  $S_5 = \frac{1}{S_4}$ , ...

(即当  $n$  为大于 1 的奇数时,  $S_n = \frac{1}{S_{n-1}}$ ; 当  $n$  为大于 1 的偶数时,  $S_n = -S_{n-1} - 1$ ), 按此规律,  $S_{2018} =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $-\frac{a+1}{a}$

【考点】探索数与式的规律

【解析】【解答】解：∵  $S_1 = \frac{1}{a}$ ,  $S_2 = -S_1 - 1$  ∴  $S_2 = -\frac{1}{a} - 1 = -\frac{a+1}{a}$

∴  $S_3 = \frac{1}{S_2}$ , ∴  $S_3 = 1 \div (-\frac{a+1}{a}) = -\frac{a}{a+1}$

∴  $S_4 = -S_3 - 1$ , ∴  $S_4 = -(-\frac{a}{a+1}) - 1 = -\frac{1}{a+1}$

∴  $S_5 = -a - 1$ ,  $S_6 = a$ ,  $S_7 = \frac{1}{a}$ ,  $S_8 = -\frac{a+1}{a}$  ...

∴  $2018 \div 4 = 504 \cdots 2$

∴  $S_{2018} = -\frac{a+1}{a}$

故答案为：  $-\frac{a+1}{a}$

【分析】根据已知求出  $S_2 = -\frac{a+1}{a}$ ,  $S_3 = -\frac{a}{a+1}$ ,  $S_4 = -\frac{1}{a+1}$ ,  $S_5 = -a - 1$ ,  $S_6 = a$ ,  $S_7 = \frac{1}{a}$ ,  $S_8 = -\frac{a+1}{a}$  ... 可得出规律，按此规律可求出答案。

4.

题号依次顺延

### 三. 解答题

(要求同上一)

1. (2018•安徽•4 分) 观察以下等式：

第 1 个等式:  $\frac{1}{1} + \frac{0}{2} + \frac{1}{1} \times \frac{0}{2} = 1,$

第 2 个等式:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 1,$

第 3 个等式:  $\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = 1,$

第 4 个等式:  $\frac{1}{4} + \frac{3}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = 1,$

第 5 个等式:  $\frac{1}{5} + \frac{4}{6} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{6} = 1,$

.....

按照以上规律, 解决下列问题:

(1) 写出第 6 个等式: \_\_\_\_\_;

(2) 写出你猜想的第  $n$  个等式: \_\_\_\_\_ (用含  $n$  的等式表示), 并证明.

【答案】(1)  $\frac{1}{6} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{7} = 1$ ; (2)  $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} + \frac{1}{n} \times \frac{n-1}{n+1} = 1$ , 证明见解析.

【解析】【分析】(1) 根据观察到的规律写出第 6 个等式即可;

(2) 根据观察到的规律写出第  $n$  个等式, 然后根据分式的运算对等式的左边进行化简即可得证.

【详解】(1) 观察可知第 6 个等式为:  $\frac{1}{6} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{7} = 1,$

故答案为:  $\frac{1}{6} + \frac{5}{7} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{7} = 1$ ;

(2) 猜想:  $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} + \frac{1}{n} \times \frac{n-1}{n+1} = 1,$

证明: 左边  $= \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} + \frac{1}{n} \times \frac{n-1}{n+1} = \frac{n+1+n(n-1)+n-1}{n(n+1)} = \frac{n(n+1)}{n(n+1)} = 1,$

右边  $= 1,$

$\therefore$  左边  $=$  右边,

$\therefore$  原等式成立,

$\therefore$  第  $n$  个等式为:  $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} + \frac{1}{n} \times \frac{n-1}{n+1} = 1,$

故答案为:  $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} + \frac{1}{n} \times \frac{n-1}{n+1} = 1.$

【点睛】本题考查了规律题, 通过观察、归纳、抽象出等式的规律与序号的关系是解题的关键.

2. (2018 · 重庆(A) · 10 分) 对任意一个四位数  $n$ , 如果千位与十位上的数字之和为 9, 百位与个位上的数字之和也为 9, 则称  $n$  为“极数”.

(1) 请任意写出三个“极数”; 并猜想任意一个“极数”是否是 99 的倍数, 请说明理由;

(2) 如果一个正整数  $a$  是另一个正整数  $b$  的平方, 则称正整数  $a$  是完全平方数, 若四位数  $m$  为“极数”,

记  $D(m) =$  求满足  $D(m)$  是完全平方数的所有  $m$ .

【答案】(1) 1188, 2475; 9900 (符合题意即可) (2) 1188, 2673, 4752, 7425.

【解析】解:

(1) 猜想任意一个“极数”是99的倍数。理由如下:

设任意一个“极数”为  $\overline{xy(9-x)(9-y)}$  (其中  $1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$  且  $x, y$  为整数)

$$\begin{aligned}\overline{xy(9-x)(9-y)} &= 1000x + 100y + 10(9-x) + (9-y) \\ &= 1000x + 100y + 90 - 10x + 9 - y \\ &= 990x + 99y + 99 \\ &= 99(10x + y + 1)\end{aligned}$$

$\therefore x, y$  为整数, 则  $10x + y + 1$  为整数, 则任意一个“极数”是99的倍数.

(2) 设  $m = \overline{xy(9-x)(9-y)}$  ( $1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$  且  $x, y$  为整数)

$$\text{则由题意可知 } D(m) = \frac{99(10x + y + 1)}{33} = 3(10x + y + 1)$$

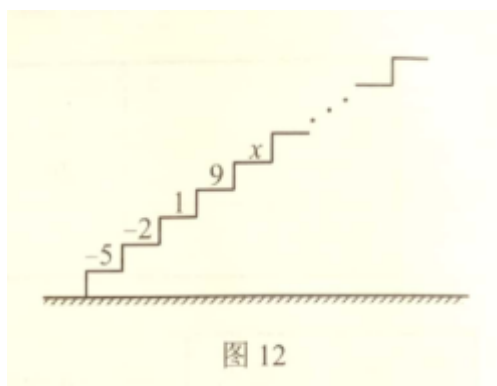
$$\because 1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$$

$$\therefore 33 \leq 3(10x + y + 1) \leq 300$$

又  $\because D(m)$  为完全平方数且为3的倍数

$$\therefore D(m) \text{ 可取 } 36, 81, 144, 225.$$

3 (2018•河北•9分) 如图12, 阶梯图的每个台阶上都标着一个数, 从下到上的第1个至第4个台阶上依次标着-5, -2, 1, 9, 且任意相邻四个台阶上数的和都相等.



尝试 (1) 求前4个台阶上数的和是多少?

(2) 求第5个台阶上的数  $x$  是多少?

应用 求从下到上前31个台阶上数的和.

发现 试用  $k$  ( $k$  为正整数) 的式子表示出数“1”所在的台阶数.

解析：尝试：（1）由题意得  $-5 -2 +1 +9 =3$

故前 4 个台阶上的数字的和是 3.

（2）由题意得  $-2 +1 +9 +x =3$ ，所以  $x= -5$ .

故第 5 个台阶上的数  $x$  是 $-5$ .

应用：由题意知台阶上的数字每 4 个一循环，因为  $31 \div 4=7\cdots\cdots 3$ ，

所以  $7 \times 3 +1 -2 -5 =15$ ，即从下到上前 31 个台阶上数的和是 15.

发现：“1”所在的台阶数为  $4k-1$ .

分析：该题属于常规基础题，难度小，考察寻找规律。

4（2018·山东青岛·10 分）问题提出：用若干相同的一个单位长度的细直木棒，按照如图 1 方式搭建一个长方体框架，探究所用木棒条数的规律.

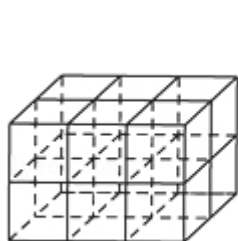


图1

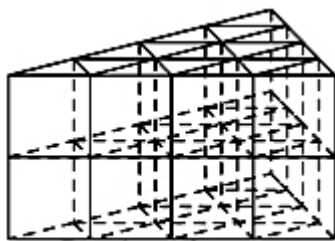


图2

问题探究：

我们先从简单的问题开始探究，从中找出解决问题的方法.

探究一

用若干木棒来搭建横长是  $m$ ，纵长是  $n$  的矩形框架（ $m$ 、 $n$  是正整数），需要木棒的条数.

如图①，当  $m=1$ ， $n=1$  时，横放木棒为  $1 \times (1+1)$  条，纵放木棒为  $(1+1) \times 1$  条，共需 4 条；

如图②，当  $m=2$ ， $n=1$  时，横放木棒为  $2 \times (1+1)$  条，纵放木棒为  $(2+1) \times 1$  条，共需 7 条；

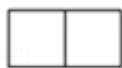
如图③，当  $m=2$ ， $n=2$  时，横放木棒为  $2 \times (2+1)$  条，纵放木棒为  $(2+1) \times 2$  条，共需 12 条；如图④，

当  $m=3$ ， $n=1$  时，横放木棒为  $3 \times (1+1)$  条，纵放木棒为  $(3+1) \times 1$  条，共需 10 条；

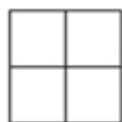
如图⑤，当  $m=3$ ， $n=2$  时，横放木棒为  $3 \times (2+1)$  条，纵放木棒为  $(3+1) \times 2$  条，共需 17 条.



图①



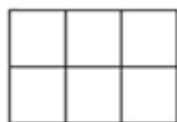
图②



图③



图④



图⑤

问题（一）：当  $m=4$ ， $n=2$  时，共需木棒 22 条.

问题（二）：当矩形框架横长是  $m$ ，纵长是  $n$  时，横放的木棒为  $m(n+1)$  条，

纵放的木棒为  $n(m+1)$  条.

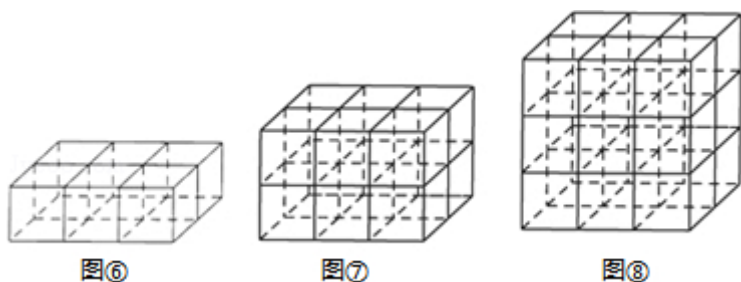
## 探究二

用若干木棒来搭建横长是  $m$ ，纵长是  $n$ ，高是  $s$  的长方体框架（ $m$ 、 $n$ 、 $s$  是正整数），需要木棒的条数.

如图⑥，当  $m=3$ ， $n=2$ ， $s=1$  时，横放与纵放木棒之和为  $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (1+1) = 34$  条，竖放木棒为  $(3+1) \times (2+1) \times 1 = 12$  条，共需 46 条；

如图⑦，当  $m=3$ ， $n=2$ ， $s=2$  时，横放与纵放木棒之和为  $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (2+1) = 51$  条，竖放木棒为  $(3+1) \times (2+1) \times 2 = 24$  条，共需 75 条；

如图⑧，当  $m=3$ ， $n=2$ ， $s=3$  时，横放与纵放木棒之和为  $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (3+1) = 68$  条，竖放木棒为  $(3+1) \times (2+1) \times 3 = 36$  条，共需 104 条.



问题(三): 当长方体框架的横长是  $m$ ，纵长是  $n$ ，高是  $s$  时，横放与纵放木棒条数之和为  $[m(n+1) + n(m+1)](s+1)$  条，竖放木棒条数为  $(m+1)(n+1)s$  条.

实际应用: 现在按探究二的搭建方式搭建一个纵长是 2、高是 4 的长方体框架，总共使用了 170 条木棒，则这个长方体框架的横长是 4.

拓展应用: 若按照如图 2 方式搭建一个底面边长是 10，高是 5 的正三棱柱框架，需要木棒 1320 条.

**【分析】** 从特殊到一般探究规律后利用规律即可解决问题；

**【解答】** 解: 问题(一): 当  $m=4$ ， $n=2$  时，横放木棒为  $4 \times (2+1)$  条，纵放木棒为  $(4+1) \times 2$  条，共需 22 条；

问题(二): 当矩形框架横长是  $m$ ，纵长是  $n$  时，横放的木棒为  $m(n+1)$  条，纵放的木棒为  $n(m+1)$  条；

问题(三): 当长方体框架的横长是  $m$ ，纵长是  $n$ ，高是  $s$  时，横放与纵放木棒条数之和为  $[m(n+1) + n(m+1)](s+1)$  条，竖放木棒条数为  $(m+1)(n+1)s$  条.

实际应用: 这个长方体框架的横长是  $s$ ，则:  $[3m + 2(m+1)] \times 5 + (m+1) \times 3 \times 4 = 170$ ，解得  $m=4$ ，

拓展应用: 若按照如图 2 方式搭建一个底面边长是 10，高是 5 的正三棱柱框架，横放与纵放木棒条数之和为  $165 \times 6 = 990$  条，竖放木棒条数为  $60 \times 5 = 330$  条需要木棒 1320 条.

故答案为 22， $m(n+1)$ ， $n(m+1)$ ， $[m(n+1) + n(m+1)](s+1)$ ， $(m+1)(n+1)s$ ，4，1320；

**【点评】** 本题考查规律型 - 图形变化类问题，解题的关键是理解题意，学会用分类讨论的思想解决问题，属于中考填空题中的压轴题.